

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РОССИЙСКАЯ АССОЦИАЦИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО АВТОНОМНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Конгресс «IS&IT'11»

AIS'11 CAD-2011

«Интеллектуальные системы '11»
«Интеллектуальные САПР - 2011»

Труды конференций

Том 1



Москва
Физматлит
2011

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА С ПОЗИЦИИ ТЕОРИИ ПОЛЕЗНОСТИ*

С.В. Микони¹

Анализируются свойства методов многокритериального выбора с позиции теории полезности. Показывается возможность их интерпретации в терминах полезности показателей. Методы систематизируются по степени использования функций полезности в решении задач выбора.

Введение

Многокритериальная теория полезности (МТП) основывается на проектировании функции полезности (ФП) каждого показателя, участвующего в оценке объектов. В связи с этим интересно сопоставить методы МТП с другими методами параллельного оценивания объектов в n -мерном пространстве признаков. К ним относятся методы векторной и скалярной оптимизации, а также упорядочения объектов по результатам нечёткой классификации [Микони 2009]. В качестве исходных данных для оценивания i -го объекта x_i , $i = 1, N$, любой из перечисленных методов выбора использует вектор оценок этого объекта по n показателям: $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, \dots, y_{ij}, \dots, y_{in})$.

Особенности методов выбора заключаются в том, как используются компоненты вектора оценок для определения предпочтений на множестве объектов. Рассмотрим эти особенности с позиции многокритериальной теории полезности.

1. Отбор объектов

Отбор объектов (альтернатив) в пространстве признаков Y^n представляет собой нахождение допустимого множества $X_{sel} \subseteq X$, которому принадлежат объекты, удовлетворяющие требованиям по выбранным для отбора

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-00439)

¹ 190031, СПб., Московский пр.9, ПГУПС, mikoni@pgups.ru

признакам. Рассмотрим два способа отбора: по ограничениям на значения критериев и на основе отношения Парето-доминирования.

Первый вид отбора использует следующие виды ограничений:

- 1) $P_{=}(y_j, c_j)$ – «ограничение по равенству» ($y_j=c_j$);
- 2) $P_{||}(y_j, c_j)$ – «ограничение интервалом», ($c_{н,j} \leq y_j \leq c_{в,j}$) или $y_j \in [c_{н,j}, c_{в,j}]$;
- 3) $P_{\geq}(y_j, c_j)$ – «ограничение снизу» ($y_j \geq c_j$);
- 4) $P_{\leq}(y_j, c_j)$ – «ограничение сверху» ($y_j \leq c_j$).

Каждый из ограничительных критериев разбивает область определения функции полезности на две подобласти – разрешённых и неразрешённых значений. В первой из них функция полезности принимала бы значение 1, а во второй – 0. Отсюда следует определение отбора с позиций МТП: *i*-й объект x_i *полезен в целом*, если он *полезен по каждому* из показателей в отдельности. Согласно МТП для реализации метода отбора по ограничениям используется только стопроцентная, либо нулевая полезность показателей.

В терминах МТП принцип формирования множества Парето (недоминируемых объектов) гласит: «объект *полезен в целом*, если его полезность по всем признакам не хуже других, а по одному из них превосходит другие объекты». Этот метод отбора не требует знания абсолютной величины ФП, а также разности значений ФП сопоставляемых объектов. Достаточными для отбора недоминируемого объекта оказываются лишь факты его предпочтений по всем показателям.

2. Упорядочение на основе предпочтений

Упорядочение по предпочтениям осуществляется методами векторной оптимизации и на основе матриц парных сравнений. К методам векторной оптимизации относятся Парето-доминирование, лексиминная и лексикографическая оптимизация [Микони 2009]. Первые два метода используют порядковые предпочтения на множестве значений каждого критерия, а третий метод – дополнительно на множестве критериев.

Порядковые предпочтения в терминах полезности имеют два значения: «более полезен» и «менее полезен». Для их выявления отсутствует необходимость в проектировании ФП. В том случае, если функции полезности созданы для иных целей, и являются линейными, предпочтения на множестве их значений совпадут с предпочтениями на множестве значений признаков.

В отличие от методов векторной оптимизации упорядочение объектов на основе матриц парных сравнений требует вычисления агрегированных оценок. Здесь учитывается величина предпочтений, но также отсутствует необходимость в проектировании ФП.

3. Упорядочение по функциям полезности

Рассмотрим три случая соотношения между критериями и создаваемыми на их основе функциями полезности.

3.1. *Все критерии целевые*

Это свойство присуще классической задаче многокритериальной оптимизации. Её решение начинается с нормализации разнородных критериев, что соответствует нахождению точки на линейной функции полезности. Учитывая это, можно сделать вывод, что многокритериальная оценка, полученная на основе линейных функций полезности, представляет собой частный случай решения оптимизационной задачи методом многокритериальной теории полезности.

В пользу большей общности многокритериальной теории полезности свидетельствует так же то обстоятельство, что функция полезности показателей, как правило, не линейна. Более того, в отличие от критерия, к ней не предъявляется требование монотонности. Классическим примером служит содержание сахара в крови. По обе стороны от нормы его полезность убывает. Принцип монотонности «чем больше, тем лучше» здесь не работает, а принятая по умолчанию линейность ФП чаще свидетельствует о нашем незнании цены делений показателя.

Принципиальная разница между указанными методами оптимизации заключается в *первичности* формирования функций полезности показателей в методах теории полезности. Полезность показателя в классической задаче многокритериальной оптимизации *вторична* по отношению к заданному критерию (целевой функции). Величина полезности вычисляется автоматически на основе интервала значений показателя и направления его оптимизации (max или min).

3.2. *Все критерии ограничительные*

Упорядочение объектов по ограничительным критериям было предложено в [Mikoni, 2000] для решения задачи отбора объектов относительно недостижимой цели. Этот метод был назван приближением к образцу или методом мягких притязаний. Функции отклонения от частных целей подлежали минимизации. Метод приближения к образцу может быть сведён к методу многокритериальной оптимизации, если ограничения на значения критериев задавать на границах шкал. Отсюда следует вывод о том, что первый из них имеет большую общность, чем второй.

С позиции МТП функции отклонения от частных целей могут трактоваться как функции полезности при условии, что в подобласти разрешённых значений ФП положительна, а в подобласти неразрешённых значений она отрицательна, либо нулевая. Ограничительные критерии имеют точку

перелома (граничного значения). Отсюда они более информативны для создания функций полезности с произвольной формой.

3.3. Критерии частично целевые и частично ограничительные

Этот метод оптимизации называют методом главного критерия или условной оптимизацией. Если ограничительные критерии не использовать для отсеивания объектов со значениями признаков в запрещённой области, то полезность этой области можно задавать нулевой или отрицательной. Это позволяет учитывать полезность объекта по другим показателям при вычислении многокритериальной функции полезности. Поскольку целевой критерий можно принять за частный случай ограничительного критерия, метод условной оптимизации также относится к методу приближения к образцу, как частное к общему.

3. Упорядочение на основе нечёткой классификации

В [Микони, 2004] была показана возможность решения задачи упорядочения альтернатив по результатам их классификации. Такая возможность появляется в том случае, когда сами классы упорядочены по качеству. Поскольку упорядочение альтернатив методом скалярной оптимизации решается на основе функций полезности показателей, а их классификация – на основе функций принадлежности классам, задача сопоставления результатов упорядочения обоими методами сводится к анализу соотношения названных функций.

Соотношение функций принадлежности классам и функции полезности определяется на основе общей для них шкалы показателя. Эти функции имеют различные области определения на шкале анализируемого показателя. Функция полезности определена на всей шкале показателя. Область определения функции принадлежности одному из классов на шкале показателя зависит от принятого экспертным путём числа и границ классов. В [Гарина, Микони, 2010] была обоснована возможность вычисления функции полезности на основе функций принадлежности, упорядоченных по качеству. Совпадение результатов упорядочения объектов на основе нечёткой классификации и по функции полезности показателя было подтверждено экспериментально.

4. Связь методов выбора в отношении полезности

Рассмотрение методов выбора с позиции полезности показателей позволяет установить взаимосвязь между ними.

Если интерпретировать степень принадлежности классу как меру полезности показателя по отношению к этому классу в противоположность к остальным классам, то упорядочение объектов на основе нечёткой класси-

фикации можно принять за расширение теории полезности на случай нескольких классов.

В отличие от МТП, где эксперты не имеют изначальной информации для создания функции полезности, методы скаляризации векторных оценок позволяют получить её в процессе нормализации критериев.

Наиболее информативен в этом плане метод приближения к образцу (оптимизация по ограничительным критериям), который делит область определения ФП на подобласти разрешённых (желательных) и запрещённых (нежелательных) значений. Строго линейные функции полезности даёт нормализация целевых критериев. К промежуточным методам следует отнести условную оптимизацию.

Упорядочение объектов на основе матриц парных сравнений можно отнести к методам с *неявными* функциями полезности, а методы векторной оптимизации, использующие порядковые предпочтения, – к методам с *явными* функциями полезности.

В наименьшей степени полезность показателей учитывают методы отбора объектов. Для отсеивания объекта по ограничениям достаточным является отсутствие полезности по одному из критериев, а для отбора недоминируемого объекта – его лучшая полезность по одному из критериев при прочих равных критериях.

Согласно вышеизложенному, относительно степени использования функции полезности методы выбора упорядочиваются в следующей последовательности:

- 1) упорядочение объектов на основе нечёткой классификации
- 2) методы МТП
- 3) метод приближения к образцу
- 4) условная оптимизация
- 5) классическая задача многокритериальной оптимизации
- 6) упорядочение объектов на основе матриц парных сравнений
- 7) методы векторной оптимизации
- 8) методы отбора по ограничениям и Парето-доминированию.

Заключение

Рассматриваемые изолированно друг от друга методы выбора в терминологии искусственного интеллекта логично интерпретировать данными. Установление связи между методами можно рассматривать как знание, поскольку появляется возможность сопоставлять методы с единой точки зрения, находить в них сходство и различие. Это позволяет обосновано применять тот или иной метод выбора для решения задач принятия решений, а также выявлять причины совпадения и различия результатов,

полученных разными методами. Принятая в работе степень использования функций полезности в решении задач выбора позволила упорядочить методы в порядке её убывания.

Список литературы

- [Микони, 2009] Микони С.В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив // Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2009, –272 с.
- [Mikoni, 2000] Mikoni S.V. Method of choice by approximation to a pattern // Proceedings of Conf. NITE'2000, –Minsk: Belarus State Economic University, 2000, pp. 156–159.
- [Микони, 2004] Микони С.В. Теория и практика рационального выбора. – М: Маршрут, 2004, 462 с.
- [Гарина, Микони, 2010] Упорядочение альтернатив по функциям полезности и принадлежности // Материалы XII-й СПб. конференции «Региональная информатика-2010», 20-22.10.2010, –СПб.: Политехника, 2010, с. 40.

Опубликовано:

Микони С.В. Систематизация методов многокритериального выбора с позиции теории полезности // Труды Конгресса IS&IT'11, Дивноморское, 3-10.09. 2011, – М: Физматлит, 2011, Том 1, с.98-102.