

УДК 681.3x5(06)+007.52:611.81(06)+007:57(06)+658.512.2.011.5(06)

Труды Конгресса по интеллектуальным системам и информационным технологиям «IS&IT'12». Научное издание в 4-х томах. – М.: Физматлит, 2012. – Т. 1. – 490 с. – ISBN 978-5-9221-1329-8.

В рамках Конгресса по интеллектуальным системам и информационным технологиям «IS&IT'12» проводятся: XII-ая Международная научно-техническая конференция «Интеллектуальные системы '12» («AIS'12»), XXVII-ая Международная научно-техническая конференция «Интеллектуальные системы автоматизированного проектирования – 2012» («ИСАПР-2012», «CAD-2012») и Молодежная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии - 2012» («ИСИТ-2012»).

ТРУДЫ

Конгресса по интеллектуальным системам
и информационным технологиям «IS&IT'12»
издаются в плане реализации
приоритетного национального проекта
«Образование»

ПРОГРАММА

развития федерального государственного
образовательного учреждения высшего
профессионального образования
«Южный федеральный университет»
на 2011-2021 годы

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВАР МЕТОДАМИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЕЗНОСТИ*

С.В. Микони, Д.П. Бураков¹

На основе анализа методов вербального анализа решений делается вывод о применимости численных методов в задачах ВАР. Предлагается подход к решению задачи ранжирования объектов, иллюстрируемый примером, заимствованным у автора ВАР.

Введение

Приверженцы методов вербального анализа решений предлагают сопоставлять объекты только в порядковых шкалах [Ларичев, 2006]. Этот подход предполагает отказ от арифметических операций. В работе [Микони и др., 2006] был предложен численный метод упорядочения объектов, характеризуемых качественными оценками. Его применение показало возможность получения линейного порядка объектов вместо частичного порядка, полученного в примере, предложенном в работе [Ларичев, 2006].

В настоящей работе рассматривается возможность применения качественных признаков в многокритериальной теории полезности.

1. Постановка задачи

Использование качественных признаков в многокритериальной оценке полезности объектов предполагает кодирование их значений для реализации перехода к порядковой шкале [Микони, 2004]. Каждому качественному значению признака сопоставляется своя балльная оценка, назначаемая экспертом. При вычислении функции полезности путём нормирования балльных оценок осуществляется переход к абсолютной шкале [0, 1]. Определение полезности только двух качественных значений признака сводится к назначению им граничных значений шкалы

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-00439)

¹ 190031, СПб., Московский пр.9, ПГУПС, svm@sm4265.spb.edu

полезности. Это соответствует участию либо неучастию этого признака в формировании многокритериальной оценки полезности объекта. Несмотря на столь грубую роль такого критерия в формировании многокритериальной оценки полезности объекта, она всё же «мягче» отбраковки объекта с нулевой полезностью по одному критерию.

В случае же нескольких качественных значений признака возникает проблема назначения баллов для промежуточных значений. Опыт показывает, что эксперту чаще проще дать сравнительную оценку двум значениям, чем назначить им абсолютные величины. Если же известны результаты взаимодействия качественных оценок, то эксперт вообще освобождается от вынесения оценок.

Сложность построения функции ценности по точкам объясняется в [Кини и др, 1981] тем, что людям обычно трудно дать осмысленные количественные оценки ценности в абсолютной шкале, т.е. в долях единицы. Для преодоления этих трудностей предлагается использовать различного рода соотношения ценностей соседних точек шкалы.

Согласно [Кини и др, 1981] функция ценности должна отражать структуру предпочтений ЛПР. Естественной моделью, отвечающей этому назначению, является матрица парных сравнений (МПС). Она применяется для сопоставления сущностей по некоторому критерию, которым руководствуется ЛПР. Очевидно, что если в качестве сущностей выбрать деления шкалы показателя, а в качестве критерия принять предпочтение одного деления над другим, то матрицу парных сравнений можно использовать для построения функции ценности (полезности) по приоритетам, вычисленным на основе предпочтений. Если у численных признаков функция полезности может непрерывно интерполироваться по точкам, то функция полезности, создаваемая для качественных признаков дискретна, т.е. имеет значения только для известных градаций шкалы показателя. Рассмотрим метод создания функции полезности для качественных признаков.

2. Метод построения функции полезности по МПС

Функцию полезности (ФП) будем находить на основе функции приоритетов, вычисляемых на основе содержимого матрицы парных сравнений. Для её расчёта задаётся значение масштабного коэффициента c и степени матрицы k [Микони, 2009]. Значению $c=1$ соответствует сложение МПС с единичной матрицей \mathbf{I} . Поскольку вектор нормированных приоритетов N сущностей x_1, \dots, x_N измеряется в шкале $[w_{\min}, w_{\max}]$, а сумма его компонент равняется единице, для преобразования функции приоритетов в функцию полезности значения приоритетов

пересчитываются из шкалы $[w_{\min}, w_{\max}]$ в шкалу $[0, 1]$. Преобразование осуществляется путём нормирования приоритетов:

$$u(x_i) = (w_i - w_{\min}) / (w_{\max} - w_{\min}), i=1, \dots, N.$$

В полученной функции полезности наиболее ценному делению шкалы сопоставляется значение функции полезности, равное единице: $u(x_{\max})=1$. Наименее ценному делению шкалы соответствует наименьшая полезность $u(x_{\min})=0$.

3. Создание функции полезности для показателя, измеренного в номинальной шкале

В задачах многокритериального выбора часто участвуют показатели, измеренные в номинальной шкале. Например, качество изделия может характеризоваться фирмой-изготовителем. Для перехода от номинальной оценки изделия к численной экспертной оценке обычно используется порядковая шкала ценности. Матрицы парных сравнений предоставляют возможность вычисления дискретной функции полезности (ценности) на основе объективных данных о фирмах. В рассматриваемом примере к такой информации относится объём продаж, пропорциональный качеству изделий, выпускаемых фирмой. На основе вектора объёмов продаж вычисляется содержимое МПС «Выигрыши/Потери», которое используется для расчёта приоритетов фирм с последующим их преобразованием в значения функции полезности.

Для получения оценки сущностей, взаимодействующих в шкале «Выигрыши/потери», используется всё содержимое матрицы. Примером таких сущностей могут быть родственные фирмы, приобретающие друг у друга патенты. Продажа патента трактуется как выигрыш, а покупка – как потеря. В табл. 1 приведён пример такого взаимодействия фирм.

Ценность каждой фирмы определены в табл. 1 суммой выигрышей. В двух последних столбцах таблицы приведены значения полезности фирм, пересчитанные из приоритетов, которые вычислены на основе МПС «Выигрыши/потери». Предпоследний столбец соответствует приоритетам, вычисленным на основе матрицы в первой степени, а последний столбец – приоритетам, вычисленным с учётом «сил сущностей» [Миркин, 1974]. Они вычисляются итеративным возведением матрицы в степень $k \gg 1$ до получения собственного вектора, соответствующего максимальному собственному числу матрицы.

На рис. 1 приведён график дискретной функции полезности из последнего столбца табл.1. Для удобства восприятия приведена кусочно-линейная форма функции, хотя её значения в промежутках между делениями шкалы не используются. Выбор последнего столбца табл.1

обусловлен неоднозначностью функции для степени матрицы $k=1$, а также высокой турбулентностью функции приоритетов при увеличении степени матрицы в обе стороны от $k=1$ (см. рис. 2).

МПС ВП «Продажа/покупка патентов»

Таблица 1

Фирма	1	2	3	4	5	6	Ценность фирмы	ФП, $k=1$	ФП, $k \gg 1$
1	1	3	2	4	1	2	13	1,00000	0,96856
2	1	1	2	1	2	1	8	0,61537	0,60111
3	4	2	1	3	1	2	13	1,00000	1,00000
4	3	1	4	1	2	1	12	0,92305	0,94803
5	1	3	2	2	1	1	10	0,76921	0,72655
6	3	1	1	3	2	1	11	0,84616	0,85077

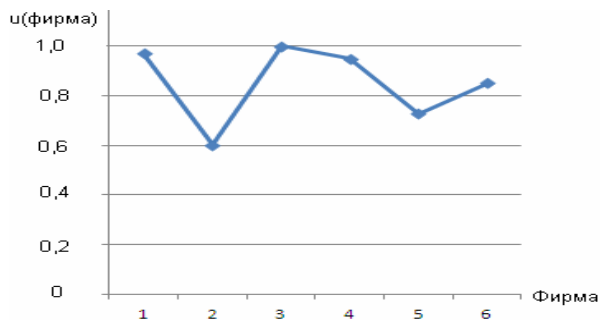


Рис. 1. Функция полезности фирм

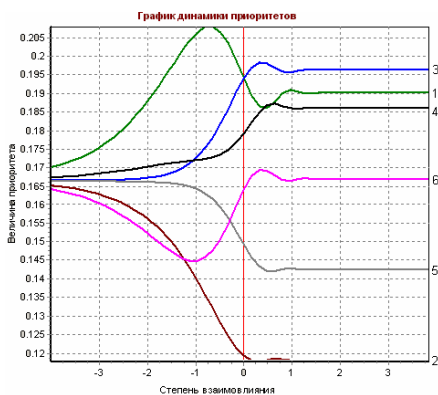


Рис. 2. График приоритетов фирм

Высокая турбулентность функции приоритетов объясняется плохой порядковой согласованностью предпочтений, так как граф, соотнесённый матрице из табл. 1, содержит 12 циклов из 20-ти возможных.

Функция, приведённая на рис 1, имеет немонотонную форму. Она преобразуется в монотонную форму при упорядочении делений шкалы по значениям функции полезности.

В том случае, когда градации качественной шкалы изначально были упорядочены по некоторому критерию, а полезность этих градаций была вычислена в результате заполнения ячеек МПС по другому критерию, вид полученной функции позволяет сделать вывод о взаимосвязи этих двух критериев. Получение монотонной ФП означает наличие зависимости между ними. Таким образом, метод создания функций полезности на основе матриц парных сравнений может быть использован также для выявления фактов взаимной корреляции интересующих нас критериев.

Заключение

В работе предлагается способ формирования отношения предпочтения на множестве делений шкалы качественного показателя. Применение с этой целью матриц парных сравнений позволяет заменить неудобное для лица, принимающего решение, задание функции полезности в абсолютной шкале (обыкновенными дробями) естественными численными оценками предпочтений различных делений шкалы показателя.

Расчёт значений функции полезности выполняется автоматически через вычисление приоритетов делений шкалы с их последующим нормированием.

Применение матриц парных сравнений даёт большой простор для автоматической подстройки функции полезности за счёт изменения вида предпочтений и значений параметров, применяемых для расчёта приоритетов сущностей, а также обеспечивает удобное создание функций полезности для показателей, измеряемых в порядковой шкале с вербальными оценками качества.

Список литературы

- [Ларичев, 2006] Ларичев О.И. Вербальный анализ решений. – М.: Наука, 2006.
- [Микони и др., 2006] Микони С.В., Бураков. Д.П. Решение задач ВАР численными методами // Труды конф. IEEE AIS'06 и CAD-2006, Дивноморское, 3-10.09. 2006, –М: Наука. Физматлит, 2006, с.171-176.
- [Микони, 2004] Микони С.В. Теория и практика рационального выбора. – М.: Маршрут, 2004.
- [Кини и др, 1981] Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 559 с.

[Микони, 2009] Микони С.В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив. Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2009, 272 с.

[Миркин, 1974] Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. –М.: Наука, 1974.