

УДК 004.8(06)  
ББК 32.813(06)  
Г461

*При финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований  
(грант РФФИ № 12-07-06042-з), Российской академии наук  
и Российской ассоциации искусственного интеллекта*

**Г461 Гибридные и синергетические интеллектуальные системы: теория и практика : материалы 1-го международного симпозиума / под ред. проф. А. В. Колесникова. — Калининград : Изд-во БФУ им. И. Канта, 2012. — 444 с.**

ISBN 978-5-9971-0214-2 (ч. 2)  
ISBN 978-5-9971-0212-8

Публикуются научные статьи, подготовленные к 1-му международному симпозиуму «Гибридные и синергетические интеллектуальные системы: теория и практика» (Калининград, 29 июня — 2 июля 2012 г.)

Предназначены для научных работников, аспирантов, а также широкого круга специалистов в области искусственного интеллекта и прикладных систем интеллектуальной обработки информации и управления.

УДК 004.8(06)  
ББК 32.813(06)

ISBN 978-5-9971-0214-2 (ч. 2)  
ISBN 978-5-9971-0212-8

© БФУ им. И. Канта, 2012

УДК 519.4

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЫБОРА МЕТОДАМИ ОПТИМИЗАЦИИ И КЛАССИФИКАЦИИ**

С.В. Микони, М.И. Гарина  
Петербургский государственный университет путей сообщения  
Россия, Санкт-Петербург

### **Введение**

Системы, создаваемые с применением разнотипных моделей, приобретают новые свойства и возможности. К таким системам относится система выбора и ранжирования СВИРЬ, предназначенная для решения задач выбора на дискретном множестве альтернатив. К решаемым на ней задачам выбора относятся:

- Отбор объектов;
- Упорядочение объектов;
- Упорядочение предварительно отобранных объектов;
- Определение приоритетов на основе предпочтений;
- Классификация
  - по функциям принадлежности классам;
  - по логическим правилам;
- Задача о назначениях.

Методы решения этих задач не только расширяют возможности системы, но и позволяют решать одну и ту же задачу различными методами, что увеличивает достоверность решения слабо структурируемых проблем. К одной из таких задач относится упорядочение объектов по многим критериям.

В докладе рассматривается возможность одинакового упорядочения объектов по функциям полезности, используемым в методе многокритериальной оптимизации и функциям принадлежности, применяемым при классификации в пространстве признаков.

## 1. Решение задачи упорядочения по функциям полезности

Задача упорядочения с применением многокритериальной теории полезности [1] решается следующим образом.

На основе заданного  $j$ -го критерия,  $j = \overline{1, n}$ , строится функция полезности  $u(y_j)$ . Её форма может быть как линейной, так и нелинейной. Линейная форма получается при нормализации значения показателя диапазоном его шкалы. Полезность  $j$ -го показателя, подлежащего максимизации, вычисляется по следующей формуле:

$$u_{\max}(y_j) = \frac{y_j - y_{j,\min}}{y_{j,\max} - y_{j,\min}}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Более сложные, кусочно-линейные и нелинейные, функции полезности создаются на основе экспертных данных.

Для преобразования векторной оценки  $\mathbf{y}(x_i) = (y_{i1}, \dots, y_{ij}, \dots, y_{in})$  объекта  $x_i$  в скалярную оценку обычно применяется аддитивная или мультипликативная обобщающая функция:

$$u_a^*(x_i) = f(\mathbf{y}) = \sum_{j=1}^n w_j u_j(x_i) \quad (1)$$

$$u_m^*(x_i) = \prod_{j=1}^n u_j(x_i)^{w_j} \quad (2)$$

## 2. Решение задачи упорядочения на основе функций принадлежности классам

Сквозное упорядочение объектов на основе функций принадлежности упорядоченным по качеству классам выполняется следующим образом.

Экспертным способом строятся функции принадлежности для каждого показателя. С этой целью шкала  $j$ -го показателя разбивается на  $m$  диапазонов по числу классов. В общем случае пересечение диапазонов, выделенных смежным классам, непустое, что соответствует заданию нечётких границ между соседними классами:

$$[c_{kj,\min}, c_{kj,\max}] \cap [c_{k+1,j,\min}, c_{k+1,j,\max}] \neq \emptyset.$$

Для каждого объекта вычисляется степень его принадлежности каждому из классов по всем показателям с учётом их важности  $w_j$ :

$$\mu_k(x_i) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot \mu_{jk}(x_i), \quad k = \overline{1, m}, \quad (3)$$

$$h^*(x_i) = \arg \max_k \mu_k(x_i),$$

где  $h^*$  — класс, которому объект  $x_i$  принадлежит в наибольшей степени.

Экспертным способом определяются коэффициенты важности классов  $p_k = \overline{1, m}$ , после чего вычисляется оценка  $y^*(x_i)$  объекта  $x_i$  по значениям его функций принадлежности смежным классам с учётом их важности:

$$y^*(x_i) = \sum_{k=1}^m p_k \mu_k(x_i). \quad (4)$$

Упорядочение объектов  $x_i, i = \overline{1, N}$ , выполняется на основе полученных оценок  $y^*(x_i)$ .

### 3. Условия совпадения результатов упорядочения объектов двумя методами

Очевидным способом достижения одинаковых результатов упорядочения является установление соответствия между функцией полезности показателя и функциями принадлежности классам [2]. Выясним, используя формулы (1), (3) и (4), при каких условиях такое соответствие может быть установлено.

$$u_j(x_i) = \sum_{k=1}^m p_k \cdot \mu_{jk}(x_i).$$

$$\sum_{j=1}^n w_j \cdot u_j(x_i) = \sum_{k=1}^m p_k \cdot \mu_k(x_i).$$

$$\sum_{j=1}^n w_j \cdot u_j(x_i) = \sum_{k=1}^m p_k \cdot \sum_{j=1}^n w_j \cdot \mu_{jk}(x_i) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot \sum_{k=1}^m p_k \cdot \mu_{jk}(x_i)$$

$$u_j(x_i) = \sum_{k=1}^m p_k \cdot \mu_{jk}(x_i). \quad (5)$$

Поскольку область определения функции полезности  $u(y_j)$  включает в себя области определения функций принадлежности всем классам, имеется возможность вычисления функции полезности  $u(y_j)$  на основе функций принадлежности классам на шкале  $j$ -го признака по формуле (5). При этом обобщенные оценки  $u_a^*(x_i)$  и  $y^*(x_i)$  совпадут, следовательно, совпадут и результаты упорядочения.

На рис. 1 показан пример построения функции полезности  $u(y_j)$   $j$ -го показателя на основе трёх классов качества с трапецидальными функциями принадлежности.

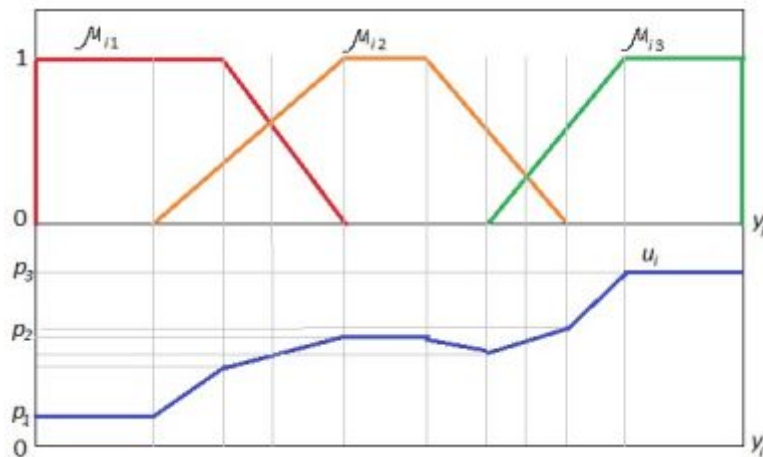


Рис. 1. Функция полезности, построенная по формуле (3.1)

Полученная функция полезности имеет кусочно-линейную форму, отражающую соответствующую форму функций принадлежности. На границе 2-го и 3-го классов функция полезности немонотонна, поскольку в этой области  $\mu_{j2}(x_i) + \mu_{j3}(x_i) < 1$ , т.е. отсутствует свойство взаимной дополнителности.

Применение мультипликативной функции для вычисления обобщенной принадлежности в общем случае нецелесообразно. На участках полной принадлежности некоторому классу нулевая принадлежность остальным классам влечёт обнуление обобщенной принадлежности. Условием применения мультипликативной обобщающей функции в классификации является общая область определения для всех классов. В этом случае результаты упорядочения совпадут, если функции полезности

$u(y_j)$  вычислить по формуле  $u_j = \prod_{k=1}^s \mu_{ik}^{P_k}$ . Полученные

функции будут кусочно-полиномиальными.

#### **Заключение**

Условием одинакового упорядочения объектов методами многокритериальной оптимизации и классификации является вычисление функций полезности по заданным функциям принадлежности классам. Число классов должно быть одинаково для всех показателей, а многокритериальные функции полезности и функции, вычисляющие полезность на основе функций принадлежности должны иметь одинаковый тип.

Величина весовых коэффициентов в функции сквозного упорядочения объектов по результатам классификации пропорциональна качеству классов. Для классов, обладающих свойством дополнительности, функция полезности получается монотонной.

Применению мультипликативной функции в общем случае препятствуют разные области определения функций принадлежности классам. Нулевая принадлежность хотя бы одному классу влечёт нулевое значение вычисляемой функции полезности. Тем не менее, если применение мультипликативной функции оправдано, то для совпадения результатов функции полезности также должны вычисляться по заданным функциям принадлежности.

Обратный переход от функции полезности, определённой на всей шкале показателя, и функций принадлежности, определённых на участках шкалы, не может быть однозначным. Однозначностью обладает лишь процедура восстановления одного из классов по другим классам и соответствующей им функции полезности.

### Литература

1. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения – М.: Радио и связь, 1981.
2. Микони С.В. Теория и практика рационального выбора. – М.: Маршрут, 2004.