

# НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ МОДЕЛИ МНОГОАТРИБУТНОЙ ПОЛЕЗНОСТИ\*

С. В. Микони (Санкт-Петербург)

## Введение

Очевидно, что область применения имитационного моделирования не ограничивается объектами технической природы. Наука неразрывна, а границы между её областями условны. Это касается и имитационного моделирования. Имитировать можно и явления природы и умственную деятельность человека. Остановимся на последней.

Известно, что искусственный интеллект направлен на имитацию познавательной функции: узнавание, обучение, принятие решений, рассуждения и пр. Мы не можем воссоздать живой мозг, но мы можем имитировать его функции искусственным способом. Функции узнавания, например, имитируются с применением нейронных сетей, которые являются грубой формализацией нейронов мозга. Модель многокритериального выбора вообще не имеет биологического прототипа, отражая систему приоритетов человека в  $n$ -мерном иерархическом пространстве признаков, т.е. его мировоззрение.

Первичной целью имитационного моделирования является установление соответствия (адекватности) изучаемой модели системе-оригиналу. Применительно к умственной деятельности устанавливается соответствие между моделью знания и отражаемой ею действительностью. Уточнение соответствия достигается модификацией модели путём её обучения. Наиболее распространённым способом приобретения нового знания является обучение на примерах. Нахождение информативных примеров для обновления знания аналогично поиску информативных входных воздействий при имитационном моделировании объектов естественной и искусственной природы. Это означает, что обучение модели осуществимо средствами имитационного моделирования.

В качестве примера приведём обучение нейронной сети с учителем. Обучение сети осуществляется подбором положительных и отрицательных примеров, на которых выявляется соответствие / несоответствие реакций выхода реакциям, установленным учителем. Иными словами, процедура обучения сети реализует идею «подгонки под ответ».

Из приведённой аргументации следует, что имитационному моделированию могут подвергаться не только объекты естественной и искусственной природы, но и модели знаний. К вторичным моделям знания можно отнести модель предпочтений как семантическую сеть на множестве сущностей, связанных предпочтениями, причём каждому человеку присуща своя модель предпочтений. В связи с этим возникает задача, – каким образом можно обучить модель предпочтений? Эта задача и является предметом исследования настоящей работы.

## 1. Постановка задачи

Теория принятия решений включает в качестве одного из разделов теорию многоатрибутной полезности [1]. Согласно этой теории ожидаемая полезность сущности, измеренной в  $n$ -мерном пространстве признаков (атрибутов сущности), складывается из ожидаемой полезности значений всех признаков.

Наиболее трудоёмким этапом формирования модели многоатрибутной полезности является создание функций полезности на шкале каждого признака по точкам. В основополагающих работах по теории полезности значения функции полезности в точках шкалы определялись либо методом лотерей [1], либо на основе предпочтений эксперта [2]. С целью уменьшения трудоёмкости в работе [3] был предложен алгоритм создания функций полезности на участках шкалы показателя на основе критериев с использованием нелинейностей, характеризующих склонность или несклонность ЛППР к риску. В развитие этого подхода в работе [4] предложен ряд типовых функций полезности, подлежащих

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00912)

выбору в конкретных ситуациях. В работе [5] рассматриваются параметры типовых функций полезности, изменение которых позволяет установить соответствие их формы с требованиями ЛПР.

После выбора и параметризации функций полезности по предпочтениям эксперта или ЛПР решается *прямая* задача моделирования – набору значений атрибутов оцениваемого объекта ставится в соответствие многоатрибутная функция полезности. По значениям этой функции устанавливается отношение порядка на множестве оцениваемых объектов. Проблемой агрегирования частных функций полезности является отсутствие эталонного порядка. Он определяется экспертным путём, характеризуемого известной долей субъективизма. Поэтому актуальной является задача *обратного* моделирования, когда ЛПР известен порядок на контрольной выборке объектов и требуется настроить функции полезности признаков на этот порядок.

Задачу обучения модели предпочтений сформулируем следующим образом. В пространстве признаков задана важность каждого из них и выбрана типовая функция полезности [4]. Задано также требуемое отношение порядка на множестве оцениваемых объектов. Требуется упорядочить объекты по многоатрибутным функциям полезности в соответствии с заданным порядком.

Поскольку отображение порядка объектов на множество типовых функций предпочтения неоднозначно, задача решается путём имитационного моделирования. Его целью является такой подбор параметров типовых функций, при котором достигается требуемый порядок объектов.

## 2. Условия изменения мест объектов по полезности признаков

Рассмотрим два объекта  $x_i$  и  $x_k$ ,  $x_i, x_k \in X$ . Оценим их по двум численным признакам  $f_1$  и  $f_2$  со значениями:  $y(x_i) = (y_{i1}, y_{i2})$  и  $y(x_k) = (y_{k1}, y_{k2})$ .

Предусловием изменения мест по векторным оценкам признаков являются неравенства:  $y_{i1} > y_{k1}$ ,  $y_{i2} < y_{k2}$ , либо  $y_{i1} < y_{k1}$ ,  $y_{i2} > y_{k2}$ . Удовлетворяющие этим условиям объекты  $x_i$  и  $x_k$  являются *несравнимыми* в отношении Парето-доминирования. Они принадлежат одному из уровней ранжированного графа доминирования и, следовательно, имеют одинаковые места в общем порядке объектов.

Упорядочение несравнимых объектов оказывается возможным путём преобразования векторных оценок в скалярные оценки с применением обобщающей функции. Пусть ею будет аддитивная обобщающая функция. Она даёт следующие скалярные оценки объектов  $x_i$  и  $x_k$ :

$$y(x_i) = w_1 \cdot y_{i1} + w_2 \cdot y_{i2};$$

$$y(x_k) = w_1 \cdot y_{k1} + w_2 \cdot y_{k2}.$$

Если  $y(x_i) > y(x_k)$ , то  $\rho(x_i) < \rho(x_k)$ , т.е. объект  $x_i$  имеет меньший ранг (лучшее место), чем объект  $x_k$ . При  $w_1 \cdot y_{i1} + w_2 \cdot y_{i2} = w_1 \cdot y_{k1} + w_2 \cdot y_{k2}$  объекты имеют одинаковые скалярные оценки и, как следствие, занимают одинаковые места. Преобразуем тождество в следующее выражение:

$$w_1 \cdot y_{i1} - w_1 \cdot y_{k1} + w_2 \cdot y_{i2} - w_2 \cdot y_{k2} = 0;$$

$$w_1 \cdot (y_{i1} - y_{k1}) + w_2 \cdot (y_{i2} - y_{k2}) = 0;$$

$$w_1 \cdot (y_{i1} - y_{k1}) = -w_2 \cdot (y_{i2} - y_{k2}).$$

Отсюда:

$$\frac{y_{i1} - y_{k1}}{y_{i2} - y_{k2}} = - \frac{w_2}{w_1}. \quad (1)$$

В выражении (1) разности величин признаков  $f_1$  и  $f_2$  постоянны. Следовательно, на их вклады в общие оценки объектов можно влиять только через изменение соотношения весов признаков.

Величина весового коэффициента  $w_2$ , которая влечёт выравнивание вкладов по обоим признакам, определяется по формуле:

$$w_2 = -w_1 \cdot \frac{y_{i1} - y_{k1}}{y_{i2} - y_{k2}} \quad (2)$$

Величина весового коэффициента  $w_1$ , которая влечёт выравнивание вкладов по обоим признакам, определяется по формуле:

$$w_1 = -w_2 \cdot \frac{y_{i2} - y_{k2}}{y_{i1} - y_{k1}} \quad (3)$$

В отличие от линейных шкал признаков функции полезности не линейны:  $u_j = \varphi(y_j)$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Это означает, что равным отрезкам шкалы признака соответствуют неравные отрезки шкалы полезности  $[0, 1]$ , что наглядно показано на рис. 1.

Если принять  $y_i = 6$ , а  $y_k = 4$ , то разность значений полезности увеличивается при переходе от левой логистической функции к соседней функции:

$$u_i' - u_k' = 0,73 - 0,27 = 0,46 \rightarrow u_i'' - u_k'' = 0,88 - 0,12 = 0,76.$$

Разница значений полезности изменилась на 0,3.

Этот эффект даёт возможность изменять соотношение общих оценок полезности объектов путём изменения крутизны фронтов нелинейных функций полезности.

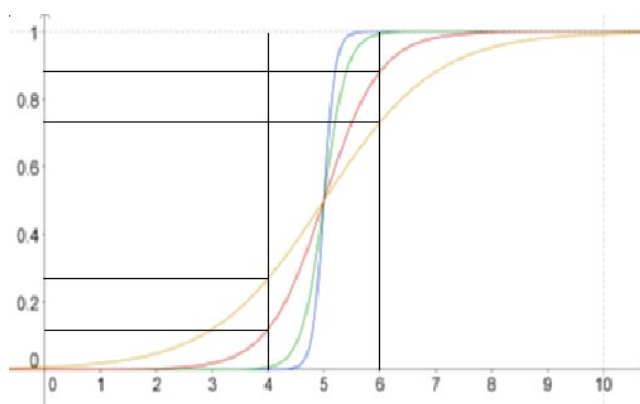


Рис. 1. Влияние крутизны функции полезности на разность полезности двух объектов

Подставим в формулу (1) полезность значений признаков:

$$\frac{u_{i1} - u_{k1}}{u_{i2} - u_{k2}} = - \frac{w_2}{w_1} \quad (4)$$

Положим соотношение весов постоянным. Тогда соотношение общих оценок полезности объектов  $x_i$  и  $x_k$  можно изменять изменением крутизны фронтов нелинейной функции полезности. Условием выравнивания общих оценок объектов по второму признаку является выражение:

$$u_{i1} - u_{k1} = -\frac{w_2}{w_1} \cdot (u_{i2} - u_{k2}). \quad (5)$$

Условием выравнивания общих оценок объектов по первому признаку является выражение:

$$u_{i2} - u_{k2} = -\frac{w_1}{w_2} \cdot (u_{i1} - u_{k1}). \quad (6)$$

Нарушение тождеств (3) и (4) влечёт изменение мест объектов на противоположные места. Эффект изменения полезности достигается при значении масштабного коэффициента, большем единицы, когда числитель больше знаменателя –  $w_2 > w_1$  в выражении (3) и  $w_1 > w_2$  в выражении (4).

Исходя из рассмотренных условий изменения мест объектов по их полезности, следует возможность обучения модели многоатрибутной полезности путём изменения параметров функций полезности. При заданном порядке объектов обучение модели аналогично обучению нейронной сети с учителем. Разница состоит в том, что обучение нейронной сети заключается в подборе значений весовых коэффициентов нейронов, а обучение модели многоатрибутной полезности реализуется путём нахождения значений параметров функций полезности. Именно, процесс многократного моделирования роднит методы обучения моделей знания с имитационным моделированием в задаче оптимизации режима функционирования сложной системы.

### 3. Алгоритм упорядочения объектов по образцу

Исходными данными для решения задачи служат векторные оценки объектов в пространстве признаков, важность признаков и требуемое отношение порядка объектов.

Находится отношение Парето-доминирования и начальный порядок методом скалярной оптимизации. Выявляется различие между полученным и заданным порядками объектов. Определяются пары объектов, подлежащие переупорядочению. Каждая пара анализируется на принадлежность отношению Парето-доминирования. При его наличии переупорядочение считается невозможным. В отсутствие Парето-доминирования выполняется подбор крутизны фронта функции полезности того показателя, по которому обнаружена максимальная разность полезности объектов. Подбор завершается, когда соотношение многоатрибутных функций полезности сравниваемых объектов изменится на противоположное. Алгоритм состоит из следующих шагов.

1. Пока не рассмотрены все пары объектов, выбирается пара объектов  $x_i, x_k \in X$ .
2. Если требуется переупорядочение пары  $(x_i, x_k)$  на пару  $(x_k, x_i)$ , то выполняется анализ возможности этой операции. Если объекты  $x_i$  и  $x_k$  связаны отношением Парето-доминирования, когда  $x_i \overset{h}{P} x_k$  или  $x_k \overset{h}{P} x_i$ , то они не могут быть переупорядочены, идти в 1.
3. Вычислить разность полезности  $\Delta u_{ik,j} = u_j(x_i) - u_j(x_k)$  объектов  $x_i$  и  $x_k$  по всем показателям,  $j = \overline{1, n}$ .
4. Найти максимальную разность  $\Delta u_{j,\max} = \max_j (\Delta u_{ik,j})$ .
5. Если  $\Delta u_{j,\max} > 0$ , то следует уменьшить крутизну фронта на  $\Delta M$ , иначе увеличить крутизну фронта на  $\Delta M$ .
6. Найти новые оценки объектов  $u_j(x_i)$  и  $u_j(x_k)$ .
7. Если  $u_j(x_i) > u_j(x_k)$  и крутизну можно менять, идти в 5, иначе идти в 1.

С точки зрения имитационного моделирования выбор очередного приращения параметра функции полезности аналогичен выбору следующего воздействия входной последовательности. Этот выбор может быть случайным, либо основанным на некоторой закономерности, упрощающей процесс моделирования.

Изложенный алгоритм был опробован на инструментальной системе выбора и ранжирования по полезности СВИРЬ-П [6]. Результаты моделирования функций полезности показали правомерность предложенного подхода.

Проиллюстрируем процесс изменения мест объектов на примере ранжирования пяти квартир по трём показателям: общая площадь, цена и площадь кухни. Для этих показателей экспертом назначены следующие функции полезности: колоколообразная, логистическая нисходящая и логистическая восходящая. Начальные значения этих функций для оцениваемых квартир приведены в левой части табл. 1. Средневзвешенные значения полезности квартир по этим показателям приведены в столбце «Оценка». На основе этих оценок выполнено ранжирование квартир. Согласно заранее заданному порядку квартира 1 не может быть предпочтительнее квартиры 5. Для изменения порядка этих квартир анализируются разности их полезности по каждому показателю. Наибольшая разность имеет место по показателю «Цена». Для её уменьшения необходимо уменьшить крутизну логистической нисходящей функции. Путём изменения параметра крутизны этой функции подбирается значение 0,3350 вместо начального значения 0,3333, что позволяет уменьшить разность оценок квартир по цене (см. столбец «Цена» в правой части таблицы). В результате изменения соотношения общих оценок квартир 5 и 1 они меняются местами.

Оценка квартир по полезности

Таблица 1.

	Общ. пл.	Цена	Пл. кухни	Оценка	Ранг	Общ. пл.	Цена	Пл. кухни	Оценка	Ранг
№1	0,699	<b>0,881</b>	0,269	0,62	4	0,699	<b>0,795</b>	0,269	<b>0,588</b>	<b>5</b>
№2	0,902	0,761	0,378	0,68	2	0,902	0,692	0,378	0,657	2
№3	1,000	0,592	0,500	0,70	1	1,000	0,567	0,500	0,689	1
№4	0,902	0,408	0,622	0,64	3	0,902	0,433	0,622	0,653	3
№5	0,699	<b>0,239</b>	0,777	0,57	5	0,699	<b>0,308</b>	0,777	<b>0,595</b>	<b>4</b>

### Выводы

1. Предложен подход к решению задачи обратного моделирования применительно к нахождению приемлемой формы функций полезности в модели многоатрибутного оценивания объектов по ожидаемой полезности.
2. Возможность изменения порядка объектов по их многоатрибутным оценкам полезности основана на нелинейности функций полезности признаков.
3. Рассчитанный на автоматизацию нейросетевой подход к нахождению параметров функций полезности признаков является альтернативой трудоёмкой ручной процедуре построения этих функций по точкам экспертным способом.
4. Процесс обучения модели многоатрибутной полезности имеет сходство с процессом имитационного моделирования в задаче оптимизации режима функционирования сложной системы. Общей проблемой для этих процессов является формирование входной последовательности воздействий на изучаемую модель.

### Литература

1. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. –М.: Наука, 1970.

2. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 559 с.
3. Микони С.В., Бураков Д.П. Итеративное проектирование функций полезности // Сборник научных трудов международной научной конференции ISDMCI'2011, – Херсон: ХНТУ, 2011, том 1, стр. 188-192.
4. Микони С.В. Типовые функции полезности в многопризнаковом оценивании альтернатив // Сборник научных трудов международной научной конференции JSDMCI'2013, –Херсон: ХНТУ, 2013, стр. 366-371.
5. Микони С.В., Бураков Д.П. Функции частичного достижения цели // Труды Конгресса IS&IT'13, Дивноморское, 2-9.09. 2013, –М: Физматлит, 2013, Том 1, с.30-38.
6. <http://www.mcd-svir.ru>. Проверено 17.09.2013.

**Опубликовано:** Микони С.В. Нейросетевой подход к формированию модели многоатрибутной полезности // Сборник докладов VI научно-практической конференции «Имитационное моделирование. Теория и практика». –Казань: Изд-во «Фэн», 2013, Том 1, с. 204-209.