

Санкт-Петербург
24-26 марта 2011

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ НА ТРАНСПОРТЕ

Сборник материалов
Первой международной научно-практической конференции

Генеральный спонсор:



Генеральный
информационный спонсор:

ТРАНСПОРТ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Спонсоры:



GiS
ГАЗИНФОРМСЕРВИС



Информационные партнеры:



Гудок



**КОМПЬЮТЕР
ИНФОРМ**

**Октябрьская
магистраль**

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИЙ ПОЛЕЗНОСТИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПРИБЛИЖЕНИЯ К ОБРАЗЦУ*

С.В. Микони

Петербургский государственный университет путей сообщения

Введение

Решение классической задачи многокритериальной оптимизации по разнородным критериям начинается с их нормализации [1]. С точки зрения теории полезности, функция нормализации показателя отображает его значение в точку, лежащую на линейной функции полезности (ФП). Учитывая это, можно сделать вывод, что многокритериальная оценка, полученная на основе линейных функций полезности, представляет собой частный случай решения оптимизационной задачи методом многокритериальной теории полезности.

В пользу большей общности многокритериальной теории полезности свидетельствует то обстоятельство, что функция полезности показателей, как правило, не линейна. Более того, в отличие от критерия, к ней не предъявляется требование монотонности. Классическим примером служит содержание сахара в крови. По обе стороны от нормы его полезность убывает. Принцип монотонности «чем больше, тем лучше» здесь не работает, а принятая по умолчанию линейность ФП чаще свидетельствует о нашем незнании цены делений показателя.

Принципиальная разница между указанными методами оптимизации заключается в *первичности* формирования функций полезности показателей в методах теории полезности. Полезность показателя в классической задаче многокритериальной оптимизации *вторична* по отношению к заданному критерию (целевой функции). Величина полезности вычисляется автоматически на основе интервала значений показателя и направлений его оптимизации (max или min).

Функцию полезности показателя обычно строят по точкам. Эта задача упрощается, если известна норма показателя. Она задаётся в методе приближения к образцу.

1. Метод приближения к образцу

За образец принимается объект, соответствующий заданным *ограничениям* по всем показателям. В отличие от целевых критериев, отражающих идеальные цели, ограничительные критерии отражают реальные цели, которые можно интерпретировать как нормы.

Метод приближения к образцу был предложен в [2] как альтернатива отбору объектов по ограничительным критериям, называемому также

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-00439)

методом притязаний. К его недостатку относится высокая вероятность получения пустого допустимого множества при увеличении числа критериев, поскольку каждый ограничительный критерий сужает исходное множество объектов.

Получение непустого допустимого множества оказывается возможным только за счёт смягчения ограничений, т. е. применения уступок. Решение этой задачи неоднозначно. Оно зависит от величины и последовательности уступок по разным критериям. За оптимальное принимается решение, соответствующее минимальной средневзвешенной сумме уступок. В качестве весов используется важность критериев. Очевидно, что наиболее простой метод «проб и ошибок» в переборе уступок не может гарантировать оптимального решения задачи.

Для устранения недостатков метода притязаний и был предложен метод приближения к образцу. Независимо от попадания или не попадания в допустимое множество оцениваемые объекты упорядочиваются по обобщённому расстоянию от образца. Поскольку при этом исключается отбраковка объектов, не соответствующих ограничениям, метод имел и другое название – метод мягких притязаний, как альтернатива обычному методу притязаний.

Поскольку метод был ориентирован на упорядочение объектов относительно *недостижимой* цели, положительной полуоси функции отклонений от образца сопоставлялись штрафы за невыполнение требований, а отрицательной полуоси – премии за превышение нормы.

Величина обобщённого отклонения от образца представляет собой *алгебраическую* сумму относительных отклонений, взвешенных важностью показателей:

$$\delta y_i = \sum_{j=1}^{n_n} w_j \delta y_{ij}^n + \sum_{j=1}^{n_b} w_j \delta y_{ij}^b + \sum_{j=1}^{n_i} w_j \delta y_{ij}^i + \sum_{j=1}^{n_p} w_j \delta y_{ij}^p \quad (1)$$

Верхние индексы сумм обозначают количество ограничительных критериев соответствующего типа (ограничения типа: «снизу», «сверху», «интервал» и «равно»), причём $n_n + n_b + n_i + n_p = n$, где n – общее число критериев, а w_j – важность (вес) j -го признака, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$. Если все критерии имеют равную важность, их веса равны $w_j = 1/n, j = \overline{1, n}$.

Величина δy_i зависит от сумм штрафов и поощрений. Функция положительна, если сумма штрафов превышает сумму поощрений и отрицательна – в противном случае. Функция достигает граничного значения -1 , если *все* отклонения от локальных целей отрицательны и граничного значения $+1$, если *все* относительные отклонения положительны. Функция принимает значение 0 либо в случае достижения всех локальных целей,

либо когда ненулевая сумма относительных штрафов равна сумме относительных поощрений (эффект компенсации).

Наилучшим считается объект x^* , обладающий минимальным значением обобщённого отклонения от цели. Остальные объекты упорядочиваются в направлении возрастания функции отклонения от обобщённой цели.

Применительно к теории полезности функцию отклонений заменим функцией полезности. При этом полуоси функции меняются местами – положительной полуоси сопоставим положительную полезность, а отрицательной полуоси – отрицательную полезность.

Отрицательная полезность была обнаружена ещё американскими исследователями Кини и Райфа, строившими функцию полезности экономического показателя на основе лотерей [3]. Она интерпретировалась как убытки инвестора. Отрицательная полезность применима не только к экономическим, но и к иным показателям в тех случаях, когда не допускается нарушение заданного порогового значения. Рассмотрим варианты функций полезности, которые могут быть построены на основе ограничительных критериев:

- 1) $P_=(y_j, c_j)$ – «ограничение по равенству» ($y_j=c_j$);
- 2) $P_{||}(y_j, c_j)$ – «ограничение интервалом», ($c_{н,j} \leq y_j \leq c_{в,j}$) или $y_j \in [c_{н,j}, c_{в,j}]$;
- 3) $P_{\geq}(y_j, c_j)$ – «ограничение снизу» ($y_j \geq c_j$);
- 4) $P_{\leq}(y_j, c_j)$ – «ограничение сверху» ($y_j \leq c_j$).

2. Создание функций полезности на основе ограничений «равенство» и «интервал»

Поскольку нормы (ограничения) c_j и $[c_{н,j}, c_{в,j}]$ предикатов равенства и интервала находятся внутри шкалы $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$ j -го показателя, отклонения происходят в обе стороны от нормы. Так как полезность нормы максимальна, полезность остальных значений показателя с удалением от нормы убывает, что определяет немонотонный характер функции полезности. Пропорциональное убывание полезности отражается линейными участками функции полезности (см. рис. 1а, б).

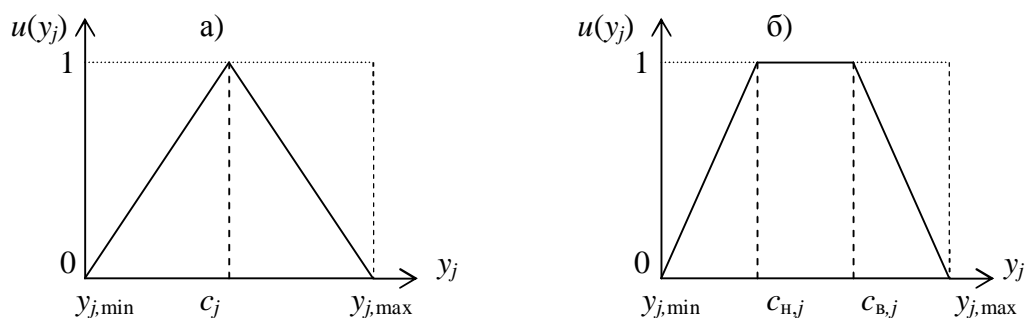


Рис. 1 – Треугольная и трапециевидальная функции полезности

Эти функции строятся автоматически на основе соответствующих ограничительных критериев. Если лицо, принимающее решение (ЛПР) имеет информацию о цене делений шкалы $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$, по точкам строится линейно-кусочная функция полезности, которая может быть аппроксимирована известной нелинейной функцией.

Поскольку в предикатах «ограничение по равенству» и «ограничение интервалом» не содержатся условия для формирования отрицательной полезности, создаваемые на их основе функции полезности измеряются в униполярной шкале $[0, +1]$.

3. Создание функций полезности на основе полуинтервальных ограничений

Ограничения «снизу» и «сверху» задают *полуинтервалы* допустимых значений признака (соответственно верхний и нижний полуинтервалы). На основе предикатов «снизу» и «сверху» строится функция полезности с граничной точкой. Зона невыполнения требования может трактоваться как нулевая, либо отрицательная полезность. Возможны два варианта автоматического построения функции полезности на основе полуинтервального ограничения: пороговый и линейный (рис. 2а, б).

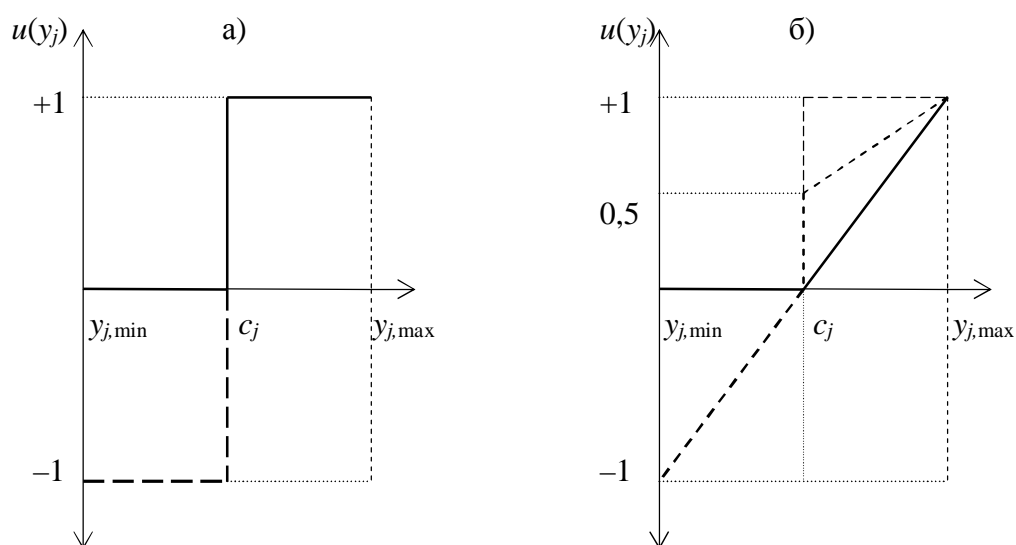


Рис. 2 – Пороговая и линейная функции полезности

На рис. 2 сплошными линиями в интервале $[y_{j,\min}, c_j]$ представлены функции с нулевыми участками полезности, а пунктирными линиями – с отрицательными участками полезности.

Нулевая полезность j -го признака означает его неучастие в формировании агрегированной оценки объектов в задаче многокритериального выбора. Примером нулевой полезности для грузоотправителей при строительстве новых железных дорог является их малая протяжённость, поскольку для транспортировки грузов на малое расстояние выгоднее ис-

пользовать автомобильный транспорт. Если же решается задача логистики по выбору типа транспорта для транспортировки грузов на расстояние, меньшее порога рентабельности железнодорожных перевозок, полезность перевозок на такое расстояние принимается отрицательной.

Скачкообразный переход на рис. 2 а от стопроцентной положительной к стопроцентной отрицательной полезности (и наоборот) характеризует неустойчивый характер полезности на граничном значении признака. Менее резким, но также революционным является скачок от нулевой полезности к стопроцентной положительной полезности на рис. 2 б. Такие скачки характерны для логических ограничений типа: «первый и последний этаж не предлагать».

Для признаков, измеряемых действительными числами, нулевая полезность порогового значения c_j выглядит малообоснованной, поскольку она не отражает выполнения требования $y_{j,\min} \geq c_j$. Во избежание скачка к стопроцентной положительной полезности значение функции полезности в точке c_j задаётся экспертным путём. По умолчанию можно полагать $u(c_j)=0,5$.

При отсутствии дополнительной информации резонно принять изменение функции полезности за пределами граничного значения линейным. Такая функция отражает пропорциональное изменение полезности с ростом (уменьшением) значения признака. В тех случаях, когда скорость изменения полезности непостоянна, экспертами строятся кусочно-линейные функции полезности по точкам. При достаточном количестве точек кусочно-линейная функция может сводиться методом наименьших квадратов к одной из известных нелинейных функций. Простейшими из них являются параболические функции со степенями больше или меньше единицы. Первая характеризует увеличение роста полезности с изменением признака, а вторая – уменьшение роста полезности. В лотереях они отражают соответственно характер азартных и осторожных игроков.

Заключение

Сравнение методов многокритериальной оптимизации по разнородным критериям на дискретном множестве объектов с методами теории полезности позволяет сделать вывод о том, что оба подхода к решению оптимизационных задач основываются на применении функций полезности. Просто в первом подходе они не принимаются во внимание, поскольку вычисляются автоматически при нормализации показателей, а во втором подходе они создаются экспертами и имеют более сложную форму. Отсюда следует, что первый подход можно принять за упрощённый вариант многокритериальной теории полезности (МТП).

Результаты применения методов МТП имеют большую достоверность, поскольку экспертные функции полезности в большей степени отражают предпочтения лица, принимающего решение (ЛПР).

Однако линейные функции полезности не исчерпывают информации о предпочтениях ЛПР, используемой методами многокритериальной оптимизации. В отличие от целевых критериев ограничительные критерии отражают реальные цели ЛПР путём задания желаемого значения показателя. Функция полезности, синтезируемая на базе ограничительного критерия, имеет дополнительную точку и является кусочно-линейной. Интервальный ограничительный критерий содержит информацию уже о двух промежуточных значениях функции полезности.

Метод оптимизации, основанный на использовании одних ограничительных критериев, был предложен автором для нахождения обобщённого расстояния объектов до реальной цели. Отклонению значения показателя в область запрещённых значений ставилась в соответствие положительная функция штрафов, а отклонению значения в область предпочтительных значений – отрицательная функция поощрений. Преобразование метода приближения к образцу в метод теории полезности сводится к изменению полярности этих функций. Использование этого подхода в теории полезности позволяет расширить начальную информацию при создании функций полезности показателей.

Библиография

1. Микони С.В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив. Учебное пособие. –СПб.: Лань, 2009, 272 с.
2. Mikoni S.V. Method of choice by approximation to a pattern. Proceedings of Conf. NITE'2000, –Minsk: Belarus State Economic University, 2000, pp.156–159.
3. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 559 с.

Опубликовано:

Микони С.В. Построение функций полезности на основе метода приближения к образцу // Сборник трудов 1-й международной научно-практической конференции «Интеллектуальные системы на транспорте», – СПб.: ПГУПС, 2011 с.294-300.